

## МЕКТЕП ГЕОМЕТРИЯ КУРСЫНДЫ ПЛАНИМЕТРИЯЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУДЕ КООРДИНАЛЫҚ ӘДІСТІ ҚОЛДАНУ

Мейрамбекұлы Нұрлан  
[meirambekulyn20@gmail.com](mailto:meirambekulyn20@gmail.com)

“Математика” білім беру бағдарламасының 2 курс магистранты  
Қорқыт ата атындағы Қызылорда университеті, Қызылорда қ, Қазақстан Республикасы

### Аннотация

Координаталық әдісті планиметрия есептерін шешудің тиімді құралдарының бірі ретінде қолдану қарастырылады. Координаталық әдіс геометриялық есептерді шешуге алгебралық тәсілдерді қолдануға мүмкіндік береді, бұл оқушылардың аналитикалық ойлауын, есептеу дәлдігін және алгебра мен геометрия арасындағы пәнаралық байланыстарды дамытуға ықпал етеді. Мектеп геометрия курсына координаталық әдісті енгізудің педагогикалық аспектілеріне, соның ішінде мұғалімдерге арналған әдістемелік ұсыныстарды әзірлеуге, тапсырмаларды таңдауға және графикалық калькуляторлар мен білім беру бағдарламалары сияқты заманауи технологияларды қолдануға баса назар аударылады. Зерттеудің практикалық маңыздылығы координаталық әдіс оқушылардың математикалық құралдарын кеңейтуге және тәсілдің әмбебаптығы мен көрнекілігі арқылы олардың геометрияға деген қызығушылығын арттыруға мүмкіндік береді.

**Негізгі сөздер:** координаталық әдіс, планиметрия, мектеп геометриясы, аналитикалық геометрия, педагогика.

Координаталық әдісті әртүрлі мәселелерді шешуде қолдану идеясы бірнеше мың жыл бұрын пайда болды. Ежелгі зерттеушілер, әсіресе астрономдар, жұлдыздардың нақты орнын анықтау үшін қиялдағы аспан сферасында арнайы координаттар жүйесін пайдаланды. Бұл жүйенің көмегімен жұлдызды аспан карталары жоғары дәлдікпен жасалып, күннің, айдың және планеталардың қозғалысын бақылауға мүмкіндік берді. Кейінірек, географиялық координаттар жүйесі кеме капитандарының жер карталарын құрастыруы мен ашық теңізде кеме орналасуын анықтауда кеңінен қолданылды. Сонымен қатар, ежелгі Египеттің бал камераларының бірінің қабырғасынан төртбұрышты тор түрінде тікбұрышты координаттар жүйесінің алғашқы прототипін көрсететін іздер табылған.

II ғасырда грек ғалымы Гиппарх алғаш рет жер бетіндегі нүктенің орнын сандар арқылы көрсетуге болатынын ұсынды. Ол бұл үшін ендік пен бойлық бойынша географиялық координаттар жүйесін қолдануды негіздеді. Ұзақ уақыт бойы, XVII ғасырға дейін, координаттар әдісі тек үшінші тарап тәсілі ретінде қолданылып, негізінен объектінің орналасқан жерін анықтауға бағытталды. Бұл әдіс қозғалмайтын (тау, мүйіс) немесе қозғалатын (кемелер, планеталар) объектілердің орнын белгілеу үшін пайдаланылды. Тек 1637 жылы француз философы және математигі Рене Декарт өзінің "Геометрия" еңбегінде координаттар әдісінің мәнін негіздеп, оны жаңаша деңгейге көтерді. Ол айнымалы шаманы енгізіп, белгілі сызықтардың қасиеттерін зерттеу барысында нүктенің координаттары мен оның сызық бойындағы қозғалысын белгілі бір заңдылықпен байланыстыратынын байқады.

Бұл заңдылықты теңдеу түрінде көрсетуге болатынын дәлелдеді, ал теңдеулер өз кезегінде сол сызықтардың сипаттамасын берді. Осылайша, аналитикалық геометрияның негізі қаланып, жаңа зерттеу әдісі пайда болды [1].

Декарт қазіргі кезде кеңінен қолданылатын координаттар жүйесін енгізіп, оны кейіннен декарттық координаттар жүйесі деп атады. Ол алгебралық әдісті геометриямен біріктіріп, сандар мен кесінділер арасындағы сәйкестікті анықтады. Бұл жаңалық сандарды кесінділер арқылы көрсетуге, координаталық жазықтықта графиктер түрінде түрлі шамалардың өзгерісін бейнелеуге мүмкіндік берді. Сонымен қатар, ол геометриялық фигураларды алгебралық функциялар арқылы көрсетуге және геометриялық есептерді алгебралық әдістермен шешуге жағдай жасады, бұл математика ғылымдарының дамуында маңызды серпін болды. Бұл әдіс өзінің қарапайымдылығымен және тиімділігімен ерекшеленіп, математика тарихында мүлдем жаңа кезеңнің басталуына ықпал етті. Ұлы математик Пьер Ферма координаттар әдісінің дамуына баға жетпес үлес қосты. Алайда, оның еңбектері өзінің өмірінде жеткілікті дәрежеде бағаланбай, тек қайтыс болғаннан кейін ғана жарияланды.

Декарт пен Ферма координаттар әдісін негізінен жазықтықта қолдану мүмкіндіктерін зерттесе, үш өлшемді кеңістікке бұл әдісті 18 ғасырда Леонард Эйлер енгізді. Оның еңбектері координаттар әдісінің мүмкіндіктерін кеңейтіп, үш өлшемді геометрияны дамытуға үлкен үлес қосты.

Аналитикалық геометрияның негізінде координаттар әдісі жатыр, оның мәні геометриялық және алгебралық объектілер арасындағы байланысты орнатуда. Координаттар жүйесі арқылы жазықтықтағы нүктелер нақты сандардың реттелген жұптарымен сәйкестендіріледі. Осылайша, геометриялық фигуралар белгілі бір нүктелер жиынтығы ретінде қарастырылады, ал бұл нүктелер координаттары арқылы алгебралық тәуелділік, яғни теңдеу, теңсіздік немесе олардың жүйесі арқылы сипатталады.

Геометриялық фигуралар белгілі бір қасиеттер жиынтығына ие. Координаттар әдісін қолдану арқылы бұл қасиеттерді зерттеу осы фигураларды сипаттайтын алгебралық тәуелділіктердің ерекшеліктерін талдауға негізделеді. Бұл ретте алгебра мен математикалық талдаудың әдістері қолданылады. Ең маңыздысы — есептің шарттары үйлесімді түрде координаттар жүйесін таңдауға мүмкіндік беруі. Осылайша, координаттар әдісі геометриялық есептерді шешудің тиімді құралы болып табылады.

Білім алушының жеке дамуы негізінде әмбебап оқу әрекеттерін қалыптастыру, танымдық қабілеттерді дамыту және әлемді игеру білім берудің басты мақсаты мен негізгі нәтижесі болып табылады. Осы орайда, оқыту нәтижелерін қалай бақылауға және оқушының жоспарланған нәтижелерге жетуін қалай тіркеуге болады деген сұрақтар туындайды. Мұндай мәселелерді шешу мұғалімнің жұмыс бағдарламасы аясында жүзеге асырылады.

Мұғалімнің жұмыс бағдарламасы білім беру процесін ұйымдастырудың тиімді әдістері мен тәсілдерін анықтауға мүмкіндік беретін негізгі құжат болып табылады. Бұл құжат белгілі бір сыныпта математиканы оқыту ерекшеліктерін ескере отырып әзірленеді және мұғалімнің жеке құралы ретінде қызмет етеді.

Геометрияда есептерді шешудің әртүрлі әдістері бар: синтетикалық (таза геометриялық) әдіс, түрлендіру әдісі, векторлық әдіс, координаталық әдіс және басқалар. Олардың ішінде негізгі әдіс ретінде синтетикалық әдіс қарастырылады, ал координаталық әдіс жоғары позицияда, себебі ол алгебрамен тығыз байланысты.

**Синтетикалық әдіс** түйсікті, болжамды және қосымша құрылыстарды қажет етсе, **координаталық әдіс** көбінесе алгоритмдерге негізделеді, бұл есептерді шешу үдерісін жеңілдетеді. Сондықтан координаталық әдісті үйрену мектеп геометрия курсының ажырамас бөлігі болып табылады. Дегенмен, координаталық әдісті қолдану алгебралық есептеу дағдыларын және жоғары деңгейдегі дәлдікті талап етеді, бұл кей жағдайда оқушылардың шығармашылық қабілеттеріне кері әсерін тигізуі мүмкін.

Сондықтан, оқушыларға әртүрлі есептерді координаталық әдіспен шешуге мүмкіндік беретін әдістемелік тәсілдерді әзірлеу маңызды. Бұл ретте координаталық әдісті негізгі емес,

қосымша әдіс ретінде көрсету қажет. Сонымен қатар, көптеген геометриялық есептер координаталық әдісті қолдану арқылы айтарлықтай жеңілдетіліп, тиімді шешіледі.

Координат әдісі – бұл нүктенің немесе дененің орналасқан орнын сандар немесе басқа таңбалар арқылы анықтау тәсілі. Мысалы, шахмат фигураларының тақтадағы орналасуы сандар мен әріптер арқылы көрсетіледі. Нүктенің (немесе дененің) түзу, жазықтық, кеңістік, немесе басқа беттердегі орнын сипаттайтын сандар (немесе таңбалар) координаттар деп аталады[2].

Координаттық жүйе – бұл координат әдісін жүзеге асыруға мүмкіндік беретін анықтамалар жиынтығы. Яғни, ол нүктенің немесе дененің орнын сандар немесе басқа таңбалар арқылы анықтауға арналған жүйе. Нүктенің орнын анықтайтын сандар жиынтығы осы нүктенің координаттары деп аталады.

Математикада координаттар белгілі бір атластың нүктелерімен сәйкестендірілетін сандар жиынтығы ретінде қарастырылады. Элементар геометрияда координаттар нүктенің жазықтықтағы немесе кеңістіктегі орнын анықтайтын шамалар ретінде қолданылады.

- Жазықтықтағы координаттар: Нүктенің орны екі координаталық осьтен (абсцисса және ордината) қашықтық бойынша анықталады. Бұл екі ось тік бұрыш жасап, бір нүктеде (координаттардың басы) қиылысады.

- Кеңістіктегі координаттар: Нүктенің орны үш координаталық осьтің (абсцисса, ордината және аппликата) бір нүктеде қиылысуынан анықталады. Бұл осьтер бір-біріне перпендикуляр орналасады (Декарт жүйесі). Сонымен қатар, кеңістікті сипаттауда сфералық координаттар жүйесі де қолданылады, мұнда координаттар сфераның ортасынан анықталады.

Координат әдісі – геометриялық нысандардың орналасуын нақты, әрі көрнекі түрде сипаттауға мүмкіндік беретін қуатты құрал.

Координаттар географияда ендік, бойлық және белгілі бір жалпы деңгейден (мысалы, мұхит деңгейінен) биіктік ретінде анықталады.

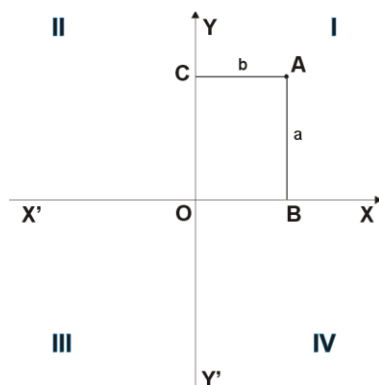
Астрономияда координаттар жұлдыздардың орнын анықтайтын шамалар болып табылады, мысалы, тура көтерілу мен еңкіштік. Аспан координаттары – бұл аспан денелері мен көмекші нүктелердің аспан сферасындағы орнын анықтайтын сандар.

Астрономияда әртүрлі аспан координаттар жүйелері қолданылады. Әр жүйе полярлық координаттардың аспан сферасында белгілі бір полюспен байланысқан түрін білдіреді. Аспан координаттар жүйесін үлкен аспан сферасының дөңгелегімен (немесе оның  $90^\circ$  қашықтықтағы полюсімен) және оның бір координатасы үшін бастапқы есептеу нүктесін көрсету арқылы анықтайды [3]. Дөңгелекті таңдауға байланысты жүйелер горизонтальды, экваторлық, эклиптикалық және галактикалық координаттар деп аталады.

Ең жиі қолданылатын координаттар жүйесі – тікбұрышты координаттар жүйесі, ол Декарт жүйесі ретінде де белгілі.

Жазықтықта және кеңістікте координаттарды енгізудің сансыз көп тәсілі бар. Координаттар әдісімен математикалық немесе физикалық есептерді шешу кезінде түрлі координат жүйелерін қолдануға болады. Әр жағдай үшін есепті шешуді жеңілдететін немесе ыңғайлы ететін координат жүйесін таңдау ұсынылады.

Жазықтықтағы тікбұрышты координаттар жүйесі



Координаттардың оң жақ жүйесінде осьтердің оң бағыты  $x'$  осінің сағат тіліне қарсы  $90^\circ$  бұрылу нәтижесінде, оның оң бағыты  $y'$  осінің оң бағытымен сәйкес келгенде анықталады.

$x'$  және  $y'$  координаталық осьтері жазықтықта төрт бөлікке бөлінеді: I, II, III, IV бұрыштар, олар координаталық бұрыштар деп аталады. Жазықтықтағы A нүктесінің орны екі координатамен ( $x$  және  $y$ ) анықталады.

- $x$  координатасы OB кесіндісінің ұзындығына тең,
- $y$  координатасы OC кесіндісінің ұзындығына тең болады.

OB және OC кесінділері  $y'$  және  $x'$  осьтеріне параллель A нүктесінен сызылған перпендикулярлар арқылы анықталады.

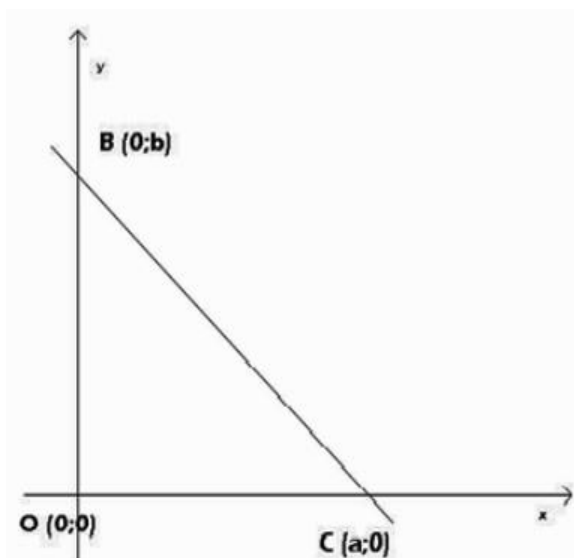
- $x$  координатасы A нүктесінің абсциссасы,
- $y$  координатасы A нүктесінің ординатасы деп аталады. Бұл келесідей жазылады:

$A(a, b)$ .

Координаталық бұрыштарға сәйкес:

1. I бұрышта A нүктесінде оң абсцисса ( $x > 0$ ) және оң ордината ( $y > 0$ ) болады.
2. II бұрышта A нүктесінде теріс абсцисса ( $x < 0$ ) және оң ордината ( $y > 0$ ) болады.
3. III бұрышта A нүктесінде теріс абсцисса ( $x < 0$ ) және теріс ордината ( $y < 0$ ) болады.
4. IV бұрышта A нүктесінде оң абсцисса ( $x > 0$ ) және теріс ордината ( $y < 0$ ) болады.

Белгілі Пифагор теоремасы координаттар әдісі арқылы дәлелдеу



Тік бұрышты үшбұрышта гипотенузаның квадраты катеттер квадраттарының қосындысына тең болады. Бұл теорема Пифагор теоремасы деп аталады және келесі түрде жазылады:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

мұндағы:

- $c$  — гипотенуза (тік бұрышқа қарама-қарсы жатқан үшбұрыштың ең ұзын қабырғасы),

- $a$  және  $b$  — тік бұрышқа жанасатын катеттер.

Бұл теорема тек тік бұрышты үшбұрыштарға ғана қолданылады және евклидтік геометрияның негізгі қағидаларының бірі болып табылады.

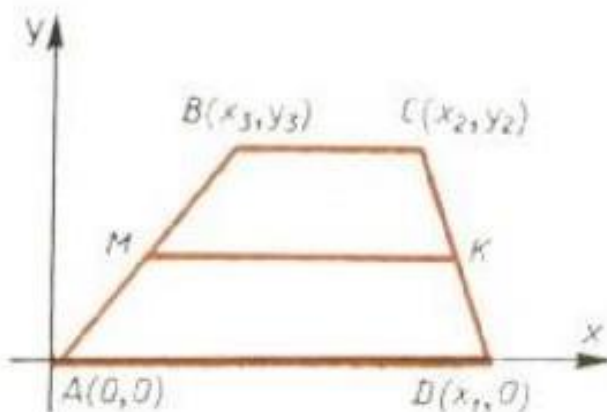
Берілгені:  $OBC$  тікбұрышты үшбұрыш  $O(0;0)$ ;  $B(0;b)$ ;  $C(a;0)$

Дәлелдеу:  $BC^2 = OC^2 + OB^2$

$OC(a; 0)$ ,  $OB(0; b)$ ,  $BC(a; -b)$

$|OC|^2 = a^2$ ;  $|OB|^2 = b^2$ ;  $|BC|^2 = a^2 + b^2$

Трапецияның орта сызығы туралы теорема



Трапецияның орта сызығы оның табандарына параллель және олардың қосындысының жартысына тең.

Дәлелдеуі:  $ABCD$  трапециясы берілсін,  $BC \parallel AD$ ,  $MK$  — орта сызығы.  $A$  нүктесін координатаның бастау нүктесі деп аламыз.  $AD$  сәулесін абсциссаның оң жарты осі деп аламыз. Трапеция төбелерінің координаттары келесідей болады:  $A(0;0)$ ,  $D(x_1;0)$ ,  $C(x_2;y_2)$ ,  $B(x_3;y_3)$ . Осылайша,  $M$  және  $K$  нүктелерінің координаттары мынадай болады:  $M(\frac{x_3}{2}; \frac{y_2}{2})$ ;  $K(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_2}{2})$ . Ординаттары тең болатын ортаңғы сызықтың ұштары,

сондықтан ортаңғы сызық абсцисса осыне параллель болады. Трапецияның негізі абсцисса осында жатқандықтан, ортаңғы сызық негіздермен параллель болады.

Трапецияның негіздері мен ортаңғы сызығының ұзындықтарын есептейік.

$$AD = x_1; BC = x_2 - x_3; MK = \frac{x_1 + x_2 - x_3}{2} = \frac{AD + BC}{2}$$

Теорема дәлелденді.

Координаттар әдісін қолдану көптеген тапсырмаларды шешуді дәстүрлі әдістермен салыстырғанда әлдеқайда жеңілдетеді. Мысалы, Пифагор теоремасы, трапецияның ортаңғы сызығы туралы теорема, үшбұрыштың ортаңғы сызығы туралы теорема, диагональдардың параллельдігі туралы теоремалар сияқты кейбір теоремаларды "бір қадамда" дәлелдеуге болады, бұл әдіс қарапайым әрі көрнекі болып табылады. Бұл әдістің артықшылығы тек геометрияда ғана емес, сонымен қатар болашақта стереометрияны зерттегенде де қолданылады, өйткені алынған білімді стереометриялық есептерді шешуде де пайдалануға болады.

**Қолданылған әдебиеттер тізімі:**

1. Метод координат. Учебное пособие для учащихся ОЛ ВЗМШ. Москва, 2012. Факультативный курс по математике 7-0. Москва «Просвещение», 2011
2. Ильин В.А, Позняк Э.Г. «Аналитическая геометрия», издательство «Наука», Москва 2013.
3. Шавгулидзе Е.Т. «Метод координат: Методическая разработка для учащихся заочного отделения МММФ» – Издательство центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, Москва 2018.